

# Êtes-vous au point sur le coloriage?

Aurélie Lagoutte

G-SCOP, Université Grenoble Alpes

Mercredi 30 novembre 2016  
Filles et Maths, Grenoble

# Thèse en informatique fondamentale

Thèse en informatique fondamentale

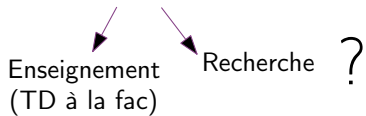


## Thèse en informatique fondamentale



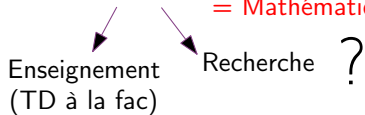
Enseignement  
(TD à la fac)

## Thèse en informatique fondamentale



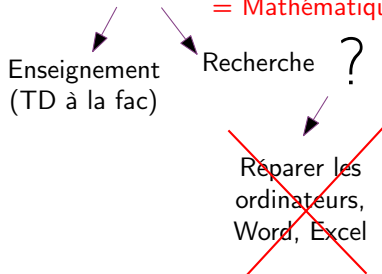
Thèse en informatique fondamentale

= Mathématiques discrètes



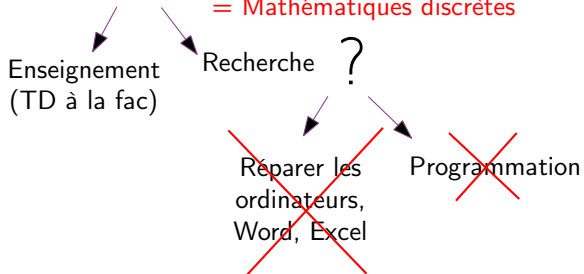
Thèse en informatique fondamentale

= Mathématiques discrètes



Thèse en informatique fondamentale

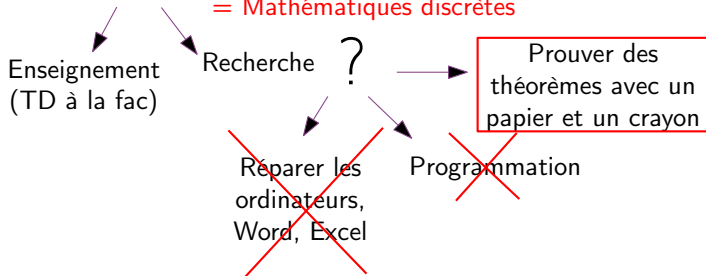
= Mathématiques discrètes



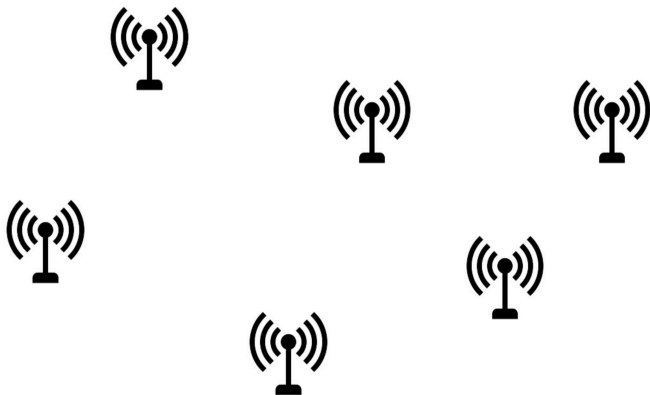


Thèse en informatique fondamentale

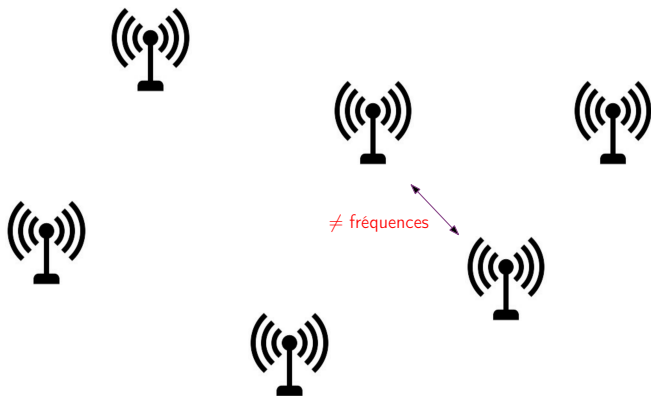
= Mathématiques discrètes



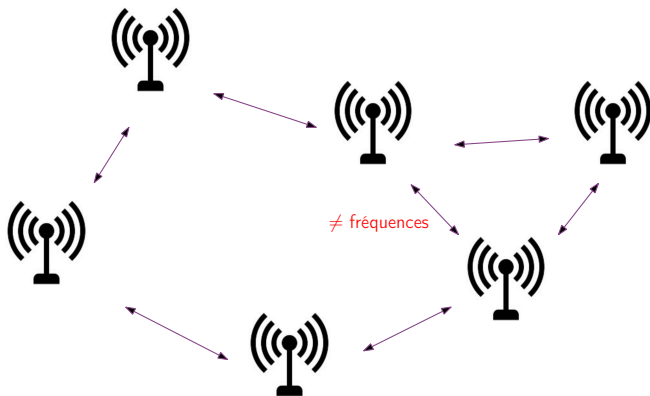
## Problème n° 1 : les antennes radio



## Problème n° 1 : les antennes radio

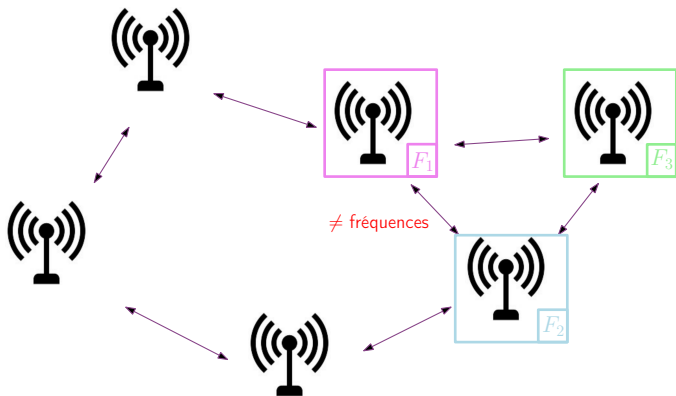


## Problème n° 1 : les antennes radio



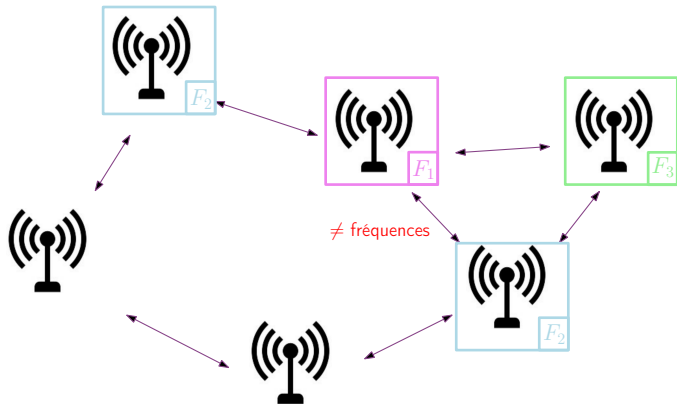
**But** : acheter le moins de fréquences possible.

## Problème n° 1 : les antennes radio



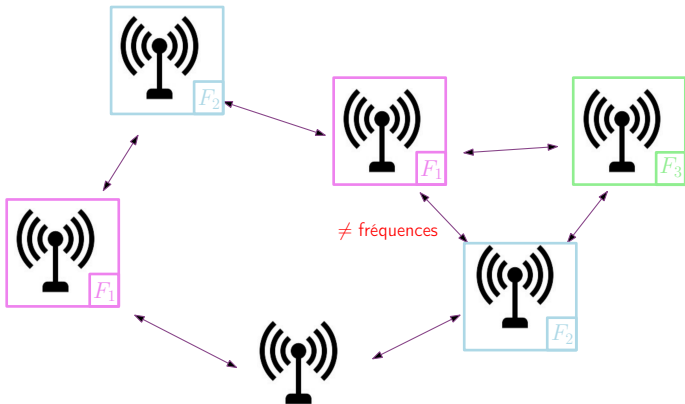
**But** : acheter le moins de fréquences possible.

## Problème n° 1 : les antennes radio



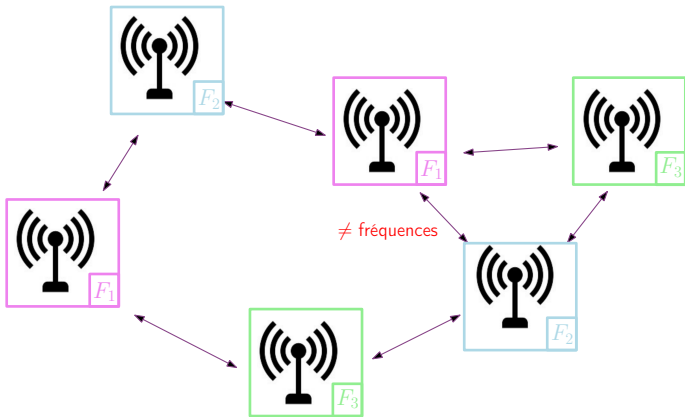
**But** : acheter le moins de fréquences possible.

## Problème n° 1 : les antennes radio



**But** : acheter le moins de fréquences possible.

## Problème n° 1 : les antennes radio



**But** : acheter le moins de fréquences possible.

**Optimal** : 3 fréquences.



## Problème n° 2 : les emplois du temps

Cours	Horaire
Français	8h30-10h30
Anglais	9h-10h
Maths	14h-16h
Histoire-Géo	11h-12h
Physique	9h45-11h45

**But** : utiliser le moins de salles possible.

## Problème n° 2 : les emplois du temps

Cours	Horaire
Français	8h30-10h30
Anglais	9h-10h
Maths	14h-16h
Histoire-Géo	11h-12h
Physique	9h45-11h45

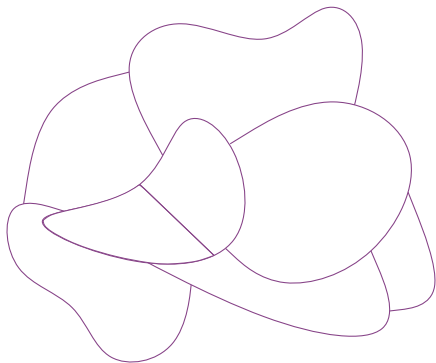
**But** : utiliser le moins de salles possible.

**Optimal** : 3 salles (témoin : Français, Anglais et Physique).

## Problème n° 3 : La carte de Géographie

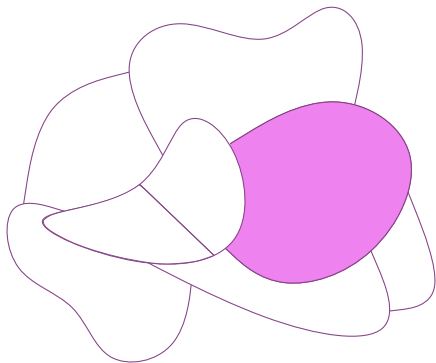


### Problème n° 3 : La carte de Géographie



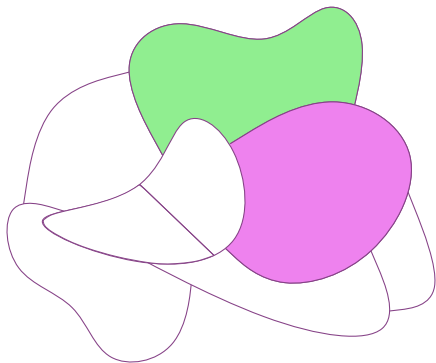
**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

### Problème n° 3 : La carte de Géographie



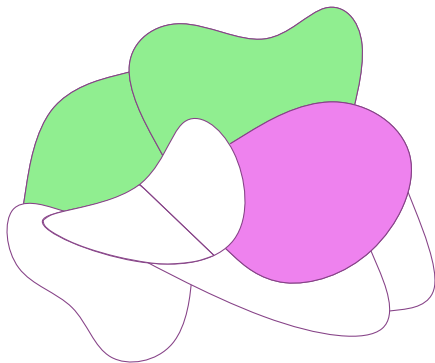
**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

### Problème n° 3 : La carte de Géographie



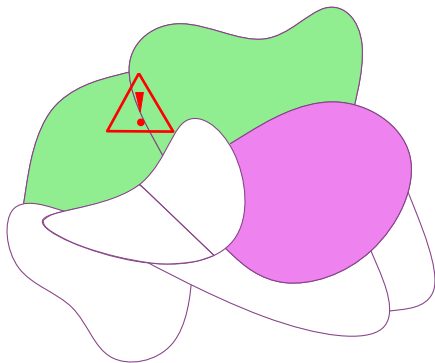
**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

### Problème n° 3 : La carte de Géographie



**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

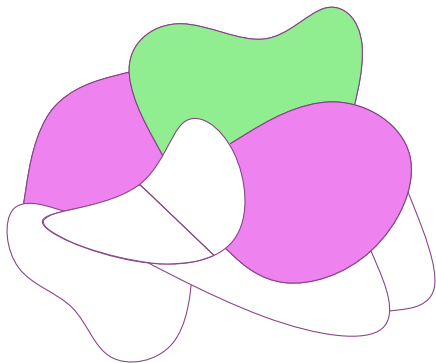
### Problème n° 3 : La carte de Géographie



**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

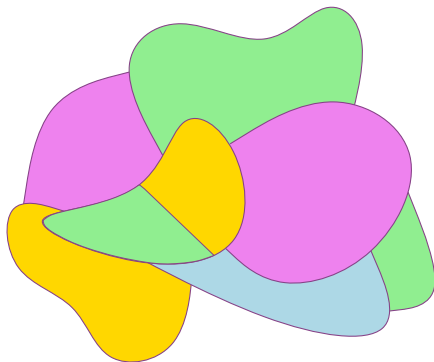


### Problème n° 3 : La carte de Géographie



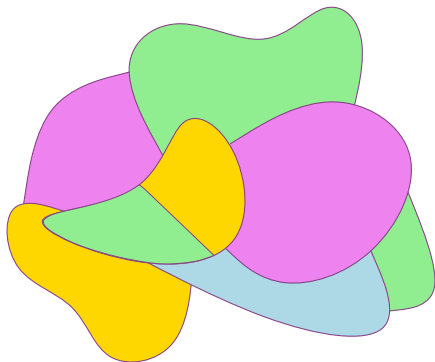
**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

### Problème n° 3 : La carte de Géographie



**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

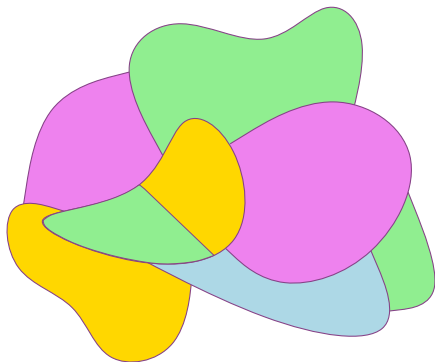
### Problème n° 3 : La carte de Géographie



**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

**Optimal** : 4 couleurs

### Problème n° 3 : La carte de Géographie



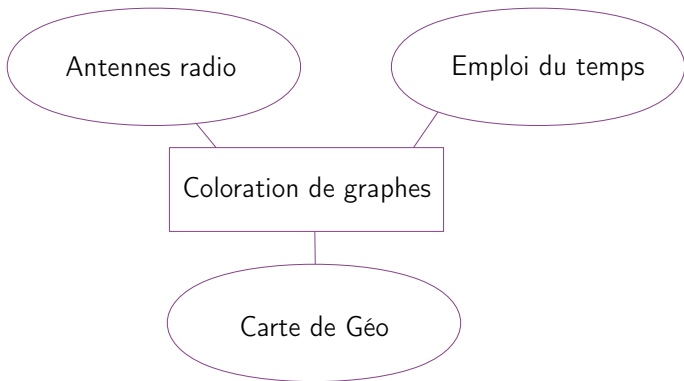
**But** : utiliser le moins de couleurs possibles.

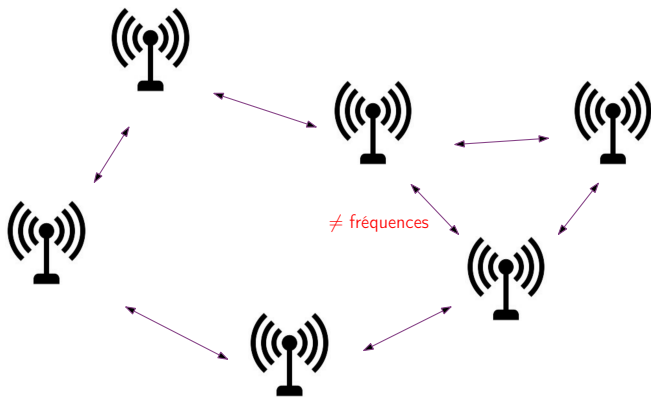
**Optimal** : 4 couleurs (témoin : ?)

Antennes radio

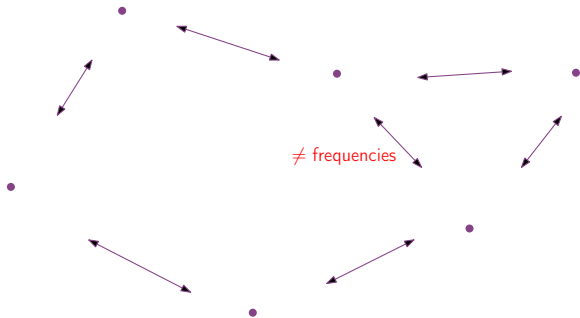
Emploi du temps

Carte de Géo





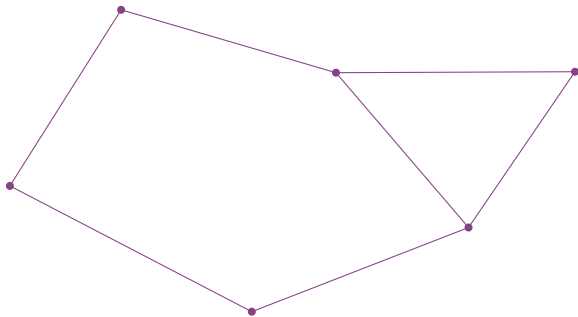
Un **graphe**, c'est :



Un **graphe**, c'est :

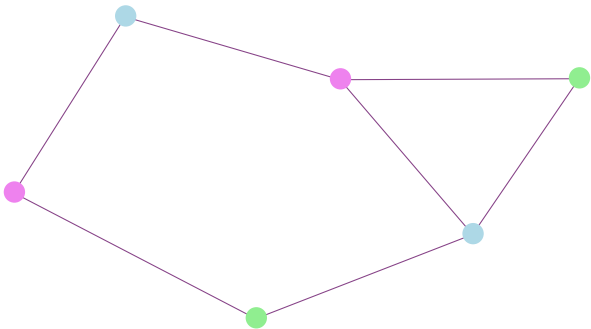
- des **sommets** (les points)





Un **graphe**, c'est :

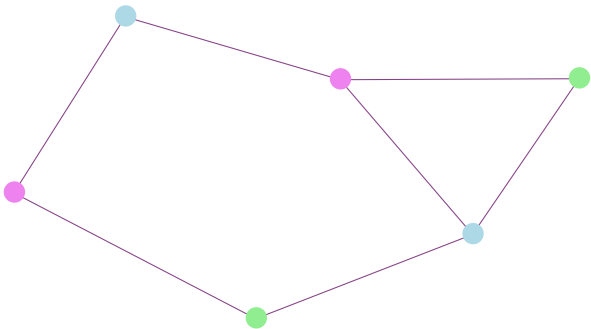
- des **sommets** (les points)
- des **arêtes** (les traits)



Un **graphe**, c'est :

- des **sommets** (les points)
- des **arêtes** (les traits)

Dans une **coloration propre**, deux sommets reliés ont des couleurs différentes.



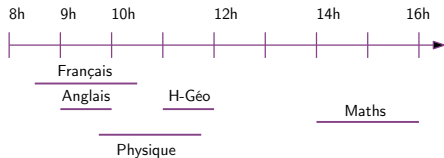
Un **graphe**, c'est :

- des **sommets** (les points)
- des **arêtes** (les traits)

Dans une **coloration propre**, deux sommets **adjacents** ont des couleurs différentes.

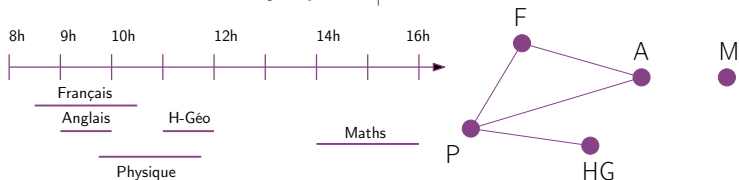
## Problème n° 2 : les emplois du temps

Cours	Horaire
Français	8h30-10h30
Anglais	9h-10h
Maths	14h-16h
Histoire-Géo	11h-12h
Physique	9h45-11h45



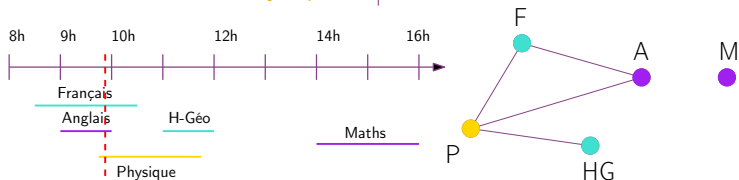
## Problème n° 2 : les emplois du temps

Cours	Horaire
Français	8h30-10h30
Anglais	9h-10h
Maths	14h-16h
Histoire-Géo	11h-12h
Physique	9h45-11h45

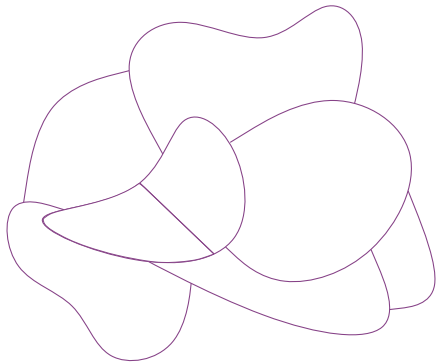


## Problème n° 2 : les emplois du temps

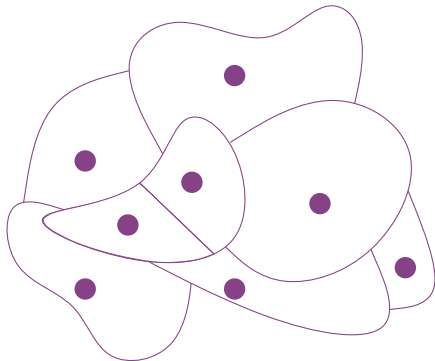
Cours	Horaire
Français	8h30-10h30
Anglais	9h-10h
Maths	14h-16h
Histoire-Géo	11h-12h
Physique	9h45-11h45



### Problème n° 3 : La carte de Géographie

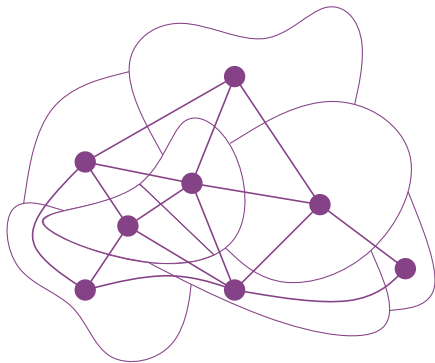


### Problème n° 3 : La carte de Géographie

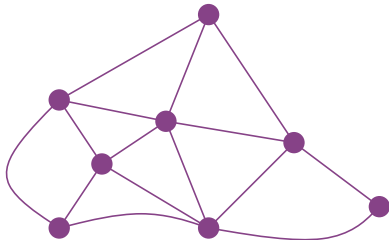




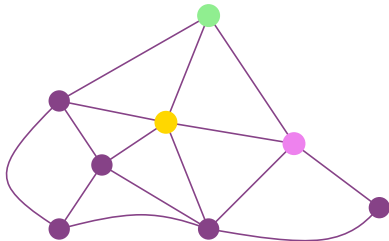
### Problème n° 3 : La carte de Géographie



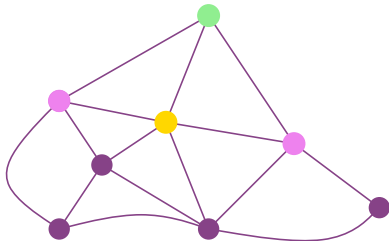
### Problème n° 3 : La carte de Géographie



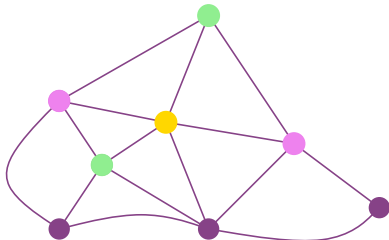
### Problème n° 3 : La carte de Géographie



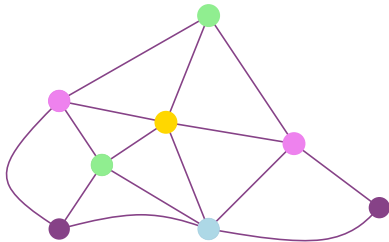
### Problème n° 3 : La carte de Géographie



### Problème n° 3 : La carte de Géographie

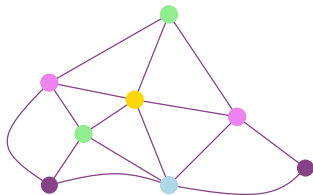


### Problème n° 3 : La carte de Géographie



4 couleurs sont vraiment nécessaires

### Problème n° 3 : La carte de Géographie

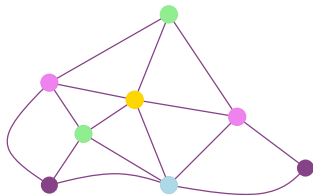


4 couleurs sont vraiment nécessaires

Question posée en 1852 :

Peut-on colorer tout graphe **planaire** avec seulement 4 couleurs ?  
(planaire=on peut le dessiner sans que les arêtes ne se croisent)

### Problème n° 3 : La carte de Géographie



4 couleurs sont vraiment nécessaires

**Théorème des 4 couleurs (1976)**

Peut-on colorer tout graphe **planaire** avec seulement 4 couleurs ?  
(planaire=on peut le dessiner sans que les arêtes ne se croisent)

⇒ **Oui**



## Preuve par Déchargement

**Idée :**

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- ① répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- ① répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- ② Compter les pièces

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- ① répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- ② Compter les pièces
- ③ établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- ① répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- ② Compter les pièces
- ③ établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- ④ Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$$n = 8 \text{ (pair)}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$$

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$n = 8$  (*pair*)

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$$

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$$n = 8 \text{ (pair)} \qquad \begin{array}{ccccccc} & & & & \leq \frac{n}{2} & \geq \frac{n}{2} & \\ & & & & \vdots & \vdots & \\ 0 & + & 0 & + & 0 & + & 0 & + & 9 & + & 9 & + & 9 & + & 9 \end{array}$$



## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$$n = 8 \text{ (pair)} \quad \begin{array}{c} \leq \frac{n}{2} \geq \frac{n}{2} \\ 0 + 0 + 0 + 0 + \dots + 9 + 9 + 9 + 9 \\ \vdots \quad \underbrace{\hspace{10em}} \\ \frac{n}{2} \times (n + 1) \end{array}$$

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$$n = 9 \text{ (impair)}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$n = 9$  (impair)

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$

$\leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$        $\geq \lceil \frac{n}{2} \rceil$

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$$n = 9 \text{ (impair)} \quad \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \quad \geq \lceil \frac{n}{2} \rceil$$
$$0 + 0 + 0 + 0 + 5 + 10 + 10 + 10 + 10$$

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$$n = 9 \text{ (impair)} \quad \begin{array}{ccccccc} & & \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor & & \geq \lceil \frac{n}{2} \rceil & & \\ & & \vdots & & \vdots & & \\ 0 & + & 0 & + & 0 & + & 0 \\ & & \vdots & & \vdots & & \\ & & & + & 5 & + & 10 \\ & & & & \downarrow & & \underbrace{10 + 10 + 10 + 10}_{\frac{n-1}{2} \times (n+1)} \\ & & & & \frac{n+1}{2} & & \end{array}$$

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$$\begin{aligned} n = 9 \text{ (impair)} & \quad \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \quad \geq \lceil \frac{n}{2} \rceil \\ & \quad 0 + 0 + 0 + 0 + 5 + 10 + 10 + 10 + 10 \\ & \quad \quad \quad \downarrow \quad \underbrace{\hspace{10em}} \\ & \quad \quad \frac{n+1}{2} \quad \frac{n-1}{2} \times (n+1) \\ & \quad \quad \quad = (n+1) \left( \frac{1}{2} + \frac{n-1}{2} \right) \end{aligned}$$

## Preuve par Déchargement

### Idée :

- 1 répartir des pièces de monnaie sur les arêtes et/ou les sommets.
- 2 Compter les pièces
- 3 établir des *règles de déchargement* : décider qui doit payer qui, et en quelle quantité.
- 4 Recompter les pièces : la somme totale doit rester la même.

$$\begin{array}{ccccccc} n = 9 \text{ (impair)} & & \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor & & \geq \lceil \frac{n}{2} \rceil & & \\ & & \vdots & & \vdots & & \\ & & 0 + 0 + 0 + 0 & + & 5 & + & 10 + 10 + 10 + 10 \\ & & & & \downarrow & & \underbrace{\hspace{10em}} \\ & & & & \frac{n+1}{2} & & \frac{n-1}{2} \times (n+1) \\ & & & & & & = (n+1) \frac{n}{2} \end{array}$$

Encore plus de graphes :



Encore plus de graphes :

- **Réseaux sociaux :**

Encore plus de graphes :

- **Réseaux sociaux :**

- Sommets : personnes
- Arêtes : les amis
- Question : trouver les communautés, étudier la plus grande distance possible entre deux personnes...

Encore plus de graphes :

- **Réseaux sociaux :**

- Sommets : personnes
- Arêtes : les amis
- Question : trouver les communautés, étudier la plus grande distance possible entre deux personnes...

- **Réseaux routiers :**

Encore plus de graphes :

- **Réseaux sociaux :**

- Sommets : personnes
- Arêtes : les amis
- Question : trouver les communautés, étudier la plus grande distance possible entre deux personnes...

- **Réseaux routiers :**

- Sommets : villes (ou mieux : croisement de routes)
- Arêtes : route directe entre deux villes (étiquetée par les km)
- Question : trouver le chemin le plus court (GPS!), parcourir toutes les routes (voiture Google), parcourir toutes les villes (tournée de Kendji)...

Encore plus de graphes :

- **Réseaux sociaux :**

- Sommets : personnes
- Arêtes : les amis
- Question : trouver les communautés, étudier la plus grande distance possible entre deux personnes...

- **Réseaux routiers :**

- Sommets : villes (ou mieux : croisement de routes)
- Arêtes : route directe entre deux villes (étiquetée par les km)
- Question : trouver le chemin le plus court (GPS!), parcourir toutes les routes (voiture Google), parcourir toutes les villes (tournée de Kendji)...

- **Et aussi :** réseaux d'ordinateurs, théorie des jeux ...

2 types de questions :

<b>Algorithmique</b>	<b>Borne, garantie</b>
Peut-on calculer la coloration optimale en temps raisonnable ?	

2 types de questions :

<b>Algorithmique</b>	<b>Borne, garantie</b>
Peut-on calculer la coloration optimale en temps raisonnable ?	



**Non** pour le cas général.

2 types de questions :

<b>Algorithmique</b>	<b>Borne, garantie</b>
Peut-on calculer la coloration optimale en temps raisonnable ?	



**Non** pour le cas général.  
Mais **Oui** pour les graphes  
d'intervalles.



2 types de questions :

<b>Algorithmique</b>	<b>Borne, garantie</b>
Peut-on calculer la coloration optimale en temps raisonnable ?	Peut-on s'assurer que 4 couleurs suffiront toujours si notre graphe est planaire ?



**Non** pour le cas général.  
Mais **Oui** pour les graphes  
d'intervalles.

2 types de questions :

Algorithmique	Borne, garantie
Peut-on calculer la coloration optimale en temps raisonnable ?	Peut-on s'assurer que 42 couleurs suffiront toujours si notre graphe est <i>gentil</i> ?



**Non** pour le cas général.  
Mais **Oui** pour les graphes  
d'intervalles.

Soit  $G$  un graphe.

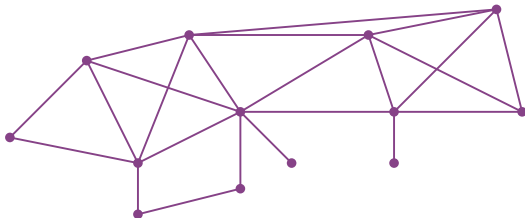
Soit  $G$  un graphe.

Nombre chromatique  $\chi(G)$  = nombre minimal de couleurs nécessaires pour colorer  $G$ .

Soit  $G$  un graphe.

Nombre chromatique  $\chi(G)$  = nombre minimal de couleurs nécessaires pour colorer  $G$ .

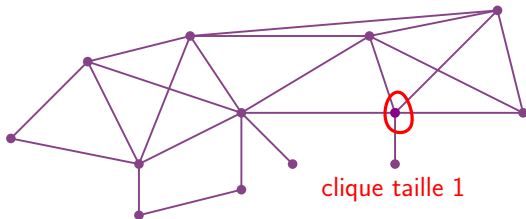
Une clique est un ensemble de sommets deux à deux adjacents.  
La taille de la plus grande clique est  $\omega(G)$ .



Soit  $G$  un graphe.

Nombre chromatique  $\chi(G)$  = nombre minimal de couleurs nécessaires pour colorer  $G$ .

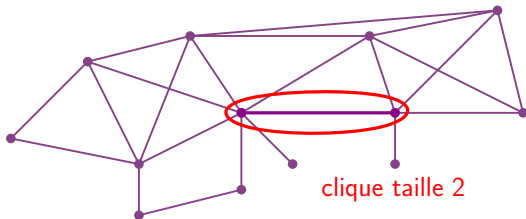
Une clique est un ensemble de sommets deux à deux adjacents.  
La taille de la plus grande clique est  $\omega(G)$ .



Soit  $G$  un graphe.

Nombre chromatique  $\chi(G)$  = nombre minimal de couleurs nécessaires pour colorer  $G$ .

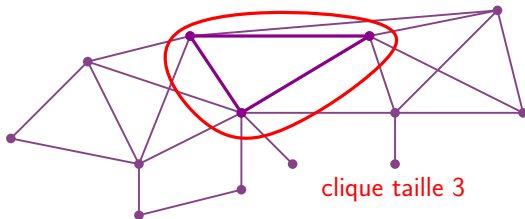
Une clique est un ensemble de sommets deux à deux adjacents.  
La taille de la plus grande clique est  $\omega(G)$ .



Soit  $G$  un graphe.

Nombre chromatique  $\chi(G)$  = nombre minimal de couleurs nécessaires pour colorer  $G$ .

Une clique est un ensemble de sommets deux à deux adjacents.  
La taille de la plus grande clique est  $\omega(G)$ .

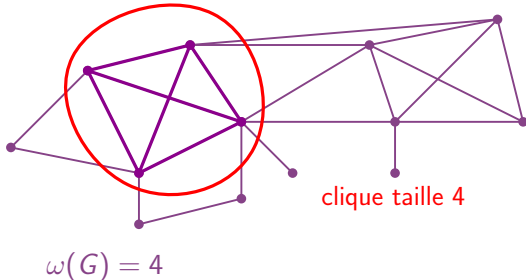




Soit  $G$  un graphe.

Nombre chromatique  $\chi(G)$  = nombre minimal de couleurs nécessaires pour colorer  $G$ .

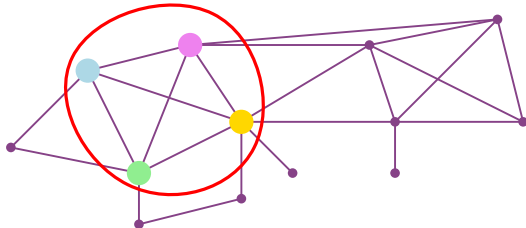
Une clique est un ensemble de sommets deux à deux adjacents.  
La taille de la plus grande clique est  $\omega(G)$ .



Soit  $G$  un graphe.

Nombre chromatique  $\chi(G)$  = nombre minimal de couleurs nécessaires pour colorer  $G$ .

Une clique est un ensemble de sommets deux à deux adjacents.  
La taille de la plus grande clique est  $\omega(G)$ .



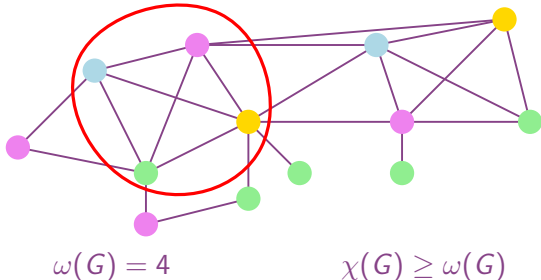
$$\omega(G) = 4$$

$$\chi(G) \geq \omega(G)$$

Soit  $G$  un graphe.

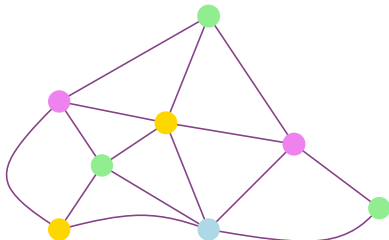
Nombre chromatique  $\chi(G)$  = nombre minimal de couleurs nécessaires pour colorer  $G$ .

Une clique est un ensemble de sommets deux à deux adjacents.  
La taille de la plus grande clique est  $\omega(G)$ .



Peut-on avoir besoin de plus de  $\omega(G)$  couleurs ?  
(= la clique max. n'est pas un témoin suffisant)

Peut-on avoir besoin de plus de  $\omega(G)$  couleurs ?  
(= la clique max. n'est pas un témoin suffisant)  
 $\Rightarrow$  **Oui**

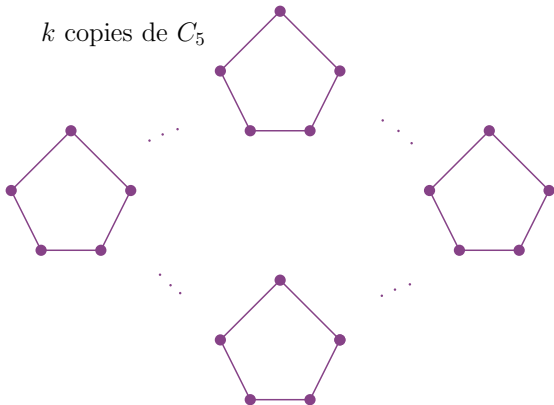


$$\chi(G) = 4 > 3 = \omega(G)$$

On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

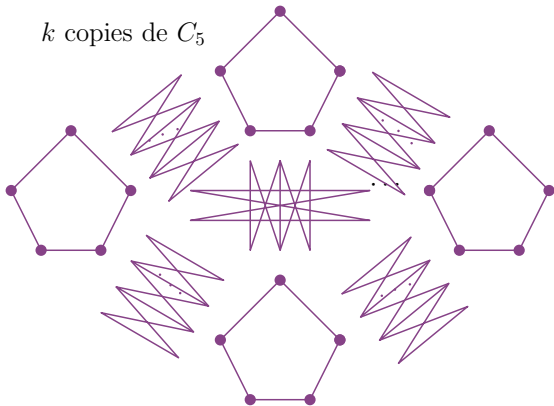
On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

$k$  copies de  $C_5$



On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

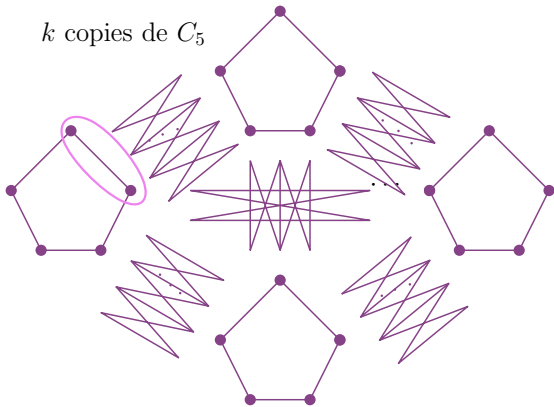
$k$  copies de  $C_5$





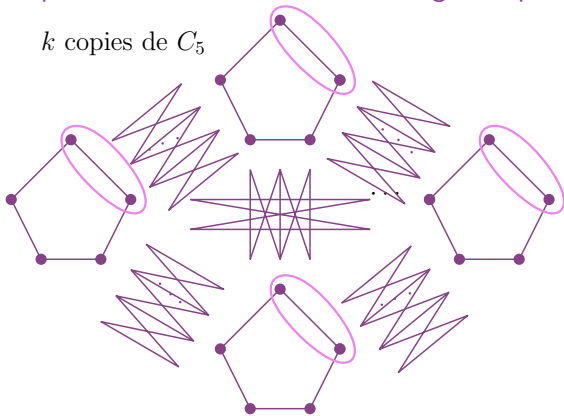
On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

$k$  copies de  $C_5$



On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

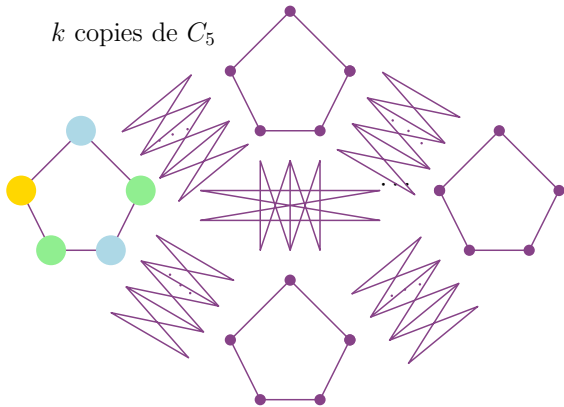
$k$  copies de  $C_5$



$$\omega(G) = 2k$$

On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

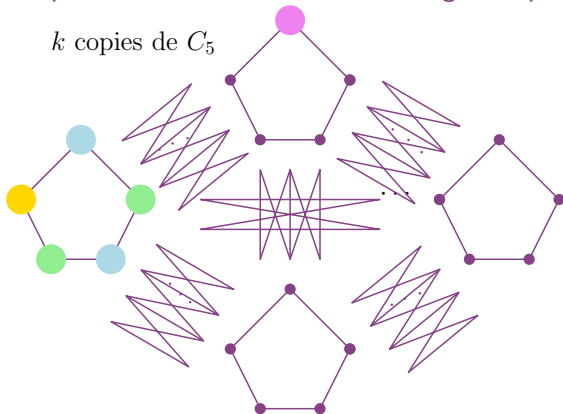
$k$  copies de  $C_5$



$$\omega(G) = 2k$$

On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

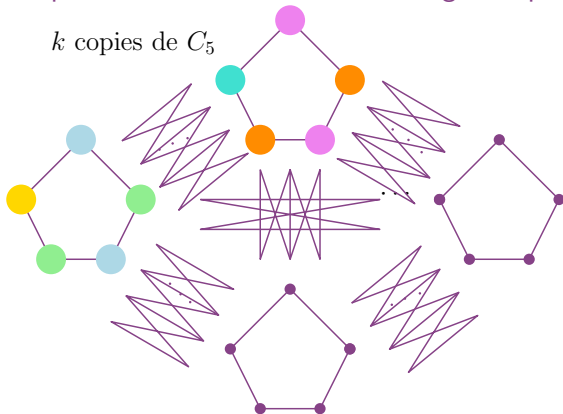
$k$  copies de  $C_5$



$$\omega(G) = 2k$$

On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

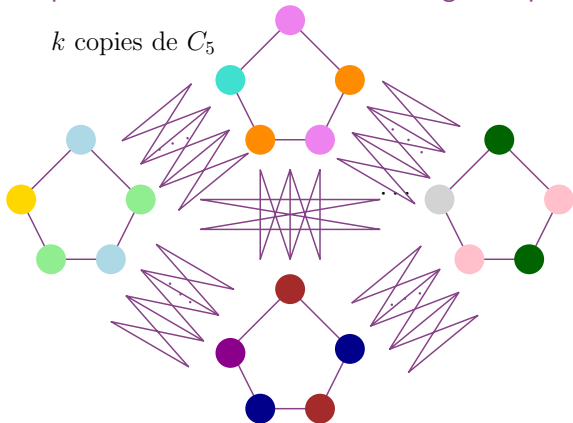
$k$  copies de  $C_5$



$$\omega(G) = 2k$$

On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

$k$  copies de  $C_5$

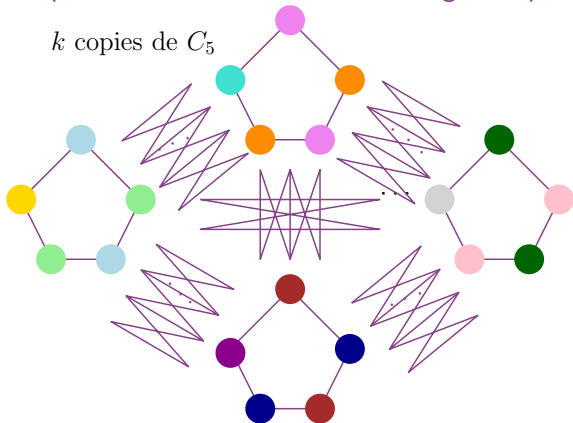


$$\omega(G) = 2k$$

$$\chi(G) = 3k$$

On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !

$k$  copies de  $C_5$

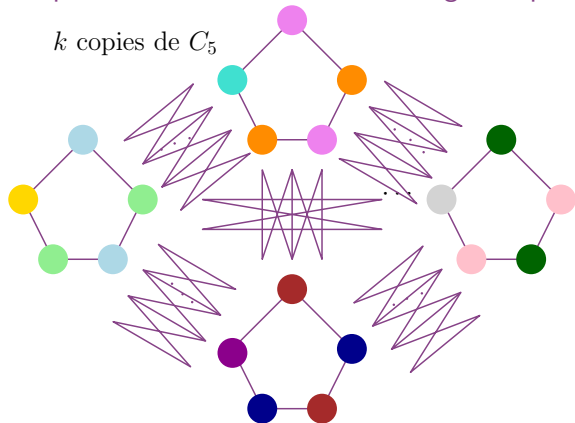


$$\omega(G) = 2k$$

$$\chi(G) = 3k$$

$$\chi(G) - \omega(G) = k$$

On peut même avoir un écart aussi grand que l'on veut !



$$\omega(G) = 2k$$

$$\chi(G) = 3k$$

$$\chi(G) - \omega(G) = k$$

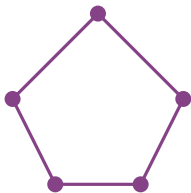
**Théorème (encore plus fort)**

Pour tout entier  $k$ , il existe un graphe  $G$  tel que  $\omega(G) = 2$  et  $\chi(G) = k$ .

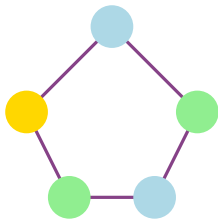


**Graphe parfait** : si  $\chi(G) = \omega(G)$

**Graphe parfait** : si  $\chi(G) = \omega(G)$

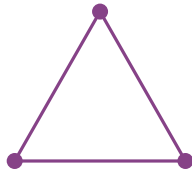
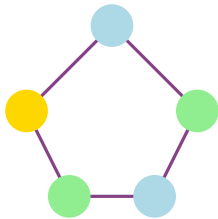


**Graphe parfait** : si  $\chi(G) = \omega(G)$



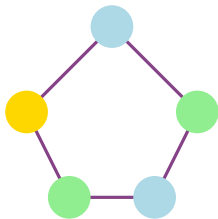
$$\omega(C_5) = 2 < 3 = \chi(C_5)$$

**Graphe parfait** : si  $\chi(G) = \omega(G)$

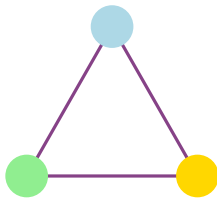


$$\omega(C_5) = 2 < 3 = \chi(C_5)$$

**Graphe parfait** : si  $\chi(G) = \omega(G)$

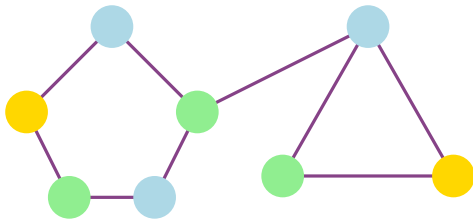


$$\omega(C_5) = 2 < 3 = \chi(C_5)$$



$$\omega(K_3) = 3 = \chi(K_3)$$

**Graphe parfait** : si  $\chi(G) = \omega(G)$

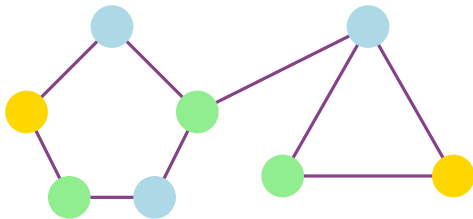


$$\omega(C_5) = 2 < 3 = \chi(C_5)$$

$$\omega(K_3) = 3 = \chi(K_3)$$

$$\omega(G) = 3 = \chi(G)$$

**Graphe parfait** : si  $\chi(G) = \omega(G)$



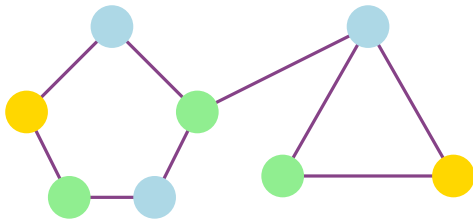
$$\omega(C_5) = 2 < 3 = \chi(C_5)$$

$$\omega(K_3) = 3 = \chi(K_3)$$

$$\omega(G) = 3 = \chi(G)$$

$G$  est parfait ?!  $\Rightarrow$  Mauvaise définition

**Grphe parfait** : si  $\chi(G) = \omega(G)$   
et si  $\chi(H) = \omega(H)$  pour tous les sous-graphes  $H$  de  $G$ .



$$\omega(C_5) = 2 < 3 = \chi(C_5)$$

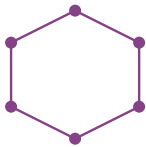
$$\omega(K_3) = 3 = \chi(K_3)$$

$$\omega(G) = 3 = \chi(G)$$

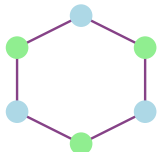
$G$  n'est pas parfait car il contient un  $C_5$  non-parfait.



Cycle pair

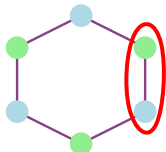


Cycle pair



2 couleurs

Cycle pair

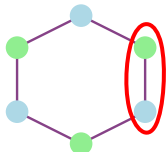


2 couleurs

clique de taille 2

Parfait

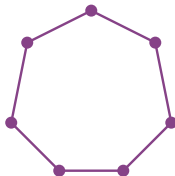
Cycle pair



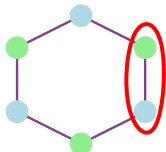
2 couleurs  
clique de taille 2

Parfait

Cycle impair



Cycle pair

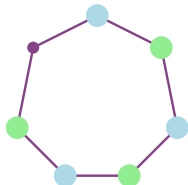


2 couleurs

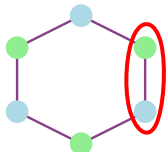
clique de taille 2

Parfait

Cycle impair



Cycle pair

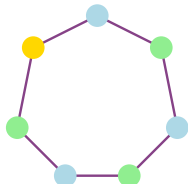


2 couleurs

clique de taille 2

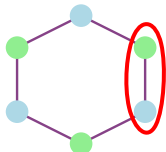
Parfait

Cycle impair



3 couleurs

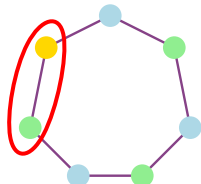
Cycle pair



2 couleurs  
clique de taille 2

Parfait

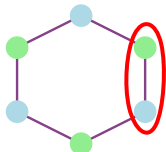
Cycle impair



3 couleurs  
clique de taille 2

Non parfait

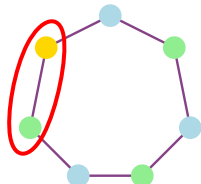
Cycle pair



2 couleurs  
clique de taille 2

Parfait

Cycle impair



3 couleurs  
clique de taille 2

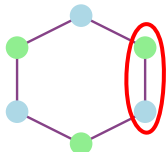
Non parfait

Anti-cycle impair





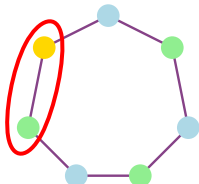
Cycle pair



2 couleurs  
clique de taille 2

Parfait

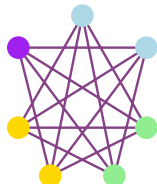
Cycle impair



3 couleurs  
clique de taille 2

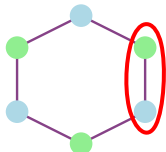
Non parfait

Anti-cycle impair



4 couleurs

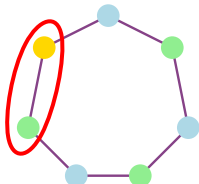
Cycle pair



2 couleurs  
clique de taille 2

Parfait

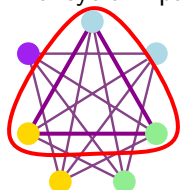
Cycle impair



3 couleurs  
clique de taille 2

Non parfait

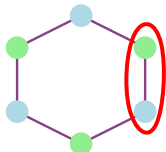
Anti-cycle impair



4 couleurs  
clique de taille 3

Non parfait

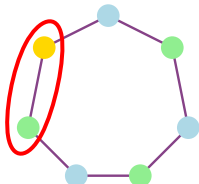
Cycle pair



2 couleurs  
clique de taille 2

Parfait

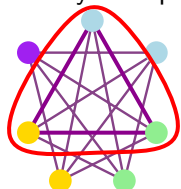
Cycle impair



3 couleurs  
clique de taille 2

Non parfait

Anti-cycle impair



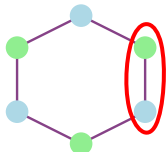
4 couleurs  
clique de taille 3

Non parfait

**Théorème des graphes parfaits (2002)**

Un graphe est parfait si et seulement si il ne contient aucun cycle impair ni aucun anti-cycle impair.

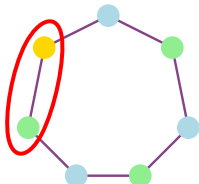
Cycle pair



2 couleurs  
clique de taille 2

Parfait

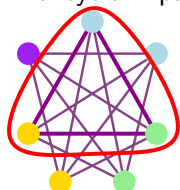
Cycle impair



3 couleurs  
clique de taille 2

Non parfait

Anti-cycle impair



4 couleurs  
clique de taille 3

Non parfait

### Théorème des graphes parfaits (2002)

Un graphe est parfait si et seulement si il ne contient aucun cycle impair ni aucun anti-cycle impair.

### Théorème

Il existe un algorithme pour colorer optimalement les graphes parfaits en temps raisonnable.

**Merci !**